

DC n° 01

Vendredi 13/09/2017

Durée 1h30.

Tout matériel électronique interdit.**EXERCICE 1. RÉDACTION (COURS)**

Énoncer le théorème de division euclidienne.

EXERCICE 2. RÉDACTIONOn rappelle le résultat suivant du programme de TS : $\forall x \in \mathbb{R}_+^*$, $\forall n \in \mathbb{N}$, $\ln(x^n) = n \ln(x)$.1. Montrer l'énoncé suivant : $\forall n \in \mathbb{N}$, $3^n \in 2\mathbb{N} + 1$.*NB : je sais que c'est évident ; montrez-le quand même.*2. Montrer que le réel $\frac{\ln(2)}{\ln(3)}$ est irrationnel.**EXERCICE 3. DÉRIVATION**1. Soient a, b, c trois réels et $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie par $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^{2x}$. Justifier que f est dérivable et calculer f' .2. On note g la fonction définie sur \mathbb{R} par $\forall x \in \mathbb{R}$, $g(x) = (2x^2 - 4x + 1)e^{2x}$. Déterminer une primitive de g .**EXERCICE 4. ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES****Équations différentielles du premier ordre**1. Résoudre : $y'(t) + 3y(t) = 3t + 1$.2. Résoudre : $\begin{cases} y'(t) - 2y(t) = 12 \sin(2y) \\ y(0) = 1. \end{cases}$ **Équations différentielles du second ordre**3. Résoudre : $4y''(t) + 4y'(t) + y(t) = e^{-t/3}$ 4. Résoudre : $\begin{cases} 4y''(t) + y(t) = 3 \\ y(\pi) = 0, y'(\pi) = 1. \end{cases}$ **EXERCICE 5. RÉDACTION**Résoudre l'équation fonctionnelle d'inconnue $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ suivante : $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$, $f(x)f(y) = f(xy) + x + y$.