Test de rentrée

Lundi 04/09/2017 – Durée 1h30.

Tout matériel électronique interdit.

Remarques :

• Les deux dernières questions sont des questions de mathématiques. Essayez d'y consacrer quelques minutes.

• Le reste du devoir n'est pas un test de mathématiques. En mathématiques, on calcule, et surtout on démontre. *Pas ici.* Il s'agit simplement de tester la connaissance de définitions et de résultats vus en première et en terminale, et **sur lesquels le programme de CPGE s'appuie**.

• Lorsqu'une définition est demandée, on attend une définition mathématique. Si néanmoins vous n'en connaissez pas mais pensez pouvoir expliquer le concept avec des mots de la vie courante ou à l'aide d'exemples, vos réponses seront examinées avec bienveillance.

• Les quatre premières questions sont d'un type encore différent. Elle ne rapportent aucun point. Mais une réponse incorrecte à l'une de ces questions entraînera la note 0 (le reste de la copie sera quand même corrigé).

Sur les œuvres

1. Donner le titre et le nom de l'auteur des trois œuvres en Lettres-Philosophie.
2. Le personnage de Kurtz apparaît dans l'une des œuvres. Laquelle ?
3. Quelle est la cause des errances Ulysse ?
4. Jankélévitch introduit une nuance entre le concept d'aventurier et un autre concept : lequel ?

14 définitions

5. Soient $n, k \in \mathbb{N}$. Définir : *coefficient binomial* $\binom{n}{k}$.
6. Définir : *suite arithmétique*, *suite géométrique.*
7. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite. Définir : *la suite* $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *est bornée.*
8. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite et $\ell \in \mathbb{R}$. Définir : *la suite* $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *tend vers* ℓ.
9. Définir : *fonction décroissante.*
10. Définir : *extremum d'une fonction.*
11. Définir la *fonction valeur absolue.*
12. Soit I un intervalle, $a \in I$, et f une fonction de I dans $\mathbb{R}$ Définir : *nombre dérivé de* f *en* a.
13. Soit $z \in \mathbb{C}$. Définir : *conjugué de* z, *module de* z.
14. Définir : *produit scalaire de deux vecteurs du plan*, *produit scalaire de deux vecteurs de l'espace.*
15. Définir : *vecteur directeur d'une droite* (dans le plan ou l'espace, celui qui vous arrange le plus).
16. Définir : *vecteur normal à un plan* dans l'espace.
17. Définir : *événements indépendants.*
18. Soient A et B deux événements de probabilité non nulle. Définir : *probabilité conditionnelle de* B *sachant* A.

14 résultats

19. Soient $a \neq 0$, b et c trois réels. On note $\Delta = b^2 - 4ac$ et $f = x \mapsto ax^2 + bx + c$. Quel est le signe de f ?
On pourra distinguer des cas sur Δ.

20. Soit $q \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}$. Donner une expression simplifiée de $1 + q + \cdots + q^n$.
On pourra distinguer des cas sur q.

21. Donner une condition nécessaire et suffisante de colinéarité de deux vecteurs.

22. Quelles sont la parité et la périodicité de la fonction sin ?

23. Soient $a, b \in \mathbb{R}$. Donner une expression développée pour $\cos(a - b)$.

24. Soit X une variable aléatoire discrète et $a, b \in \mathbb{R}$. Donner une formule pour $E(aX + b)$ et une formule pour $V(aX)$.

25. Soit X une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres p et n. Donner $E(X)$ et $V(X)$.

26. Soit $q \in \mathbb{R}$. Donner la limite de la suite $(q^n)_{n\in\mathbb{N}}$.
On suggère de distinguer selon les valeurs de q.

27. Donner l'énoncé du théorème des valeurs intermédiaires.
Attention, on ne confondra pas ce théorème avec le théorème des valeurs intermédiaires pour une fonction strictement monotone, également appelé théorème de la bijection.

28. Soient f et g deux fonctions dérivables de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, telles que g ne s'annule pas. Donner la dérivée de la fonction $\dfrac{f}{g}$.

29. Soit I un intervalle et u une fonction dérivable et strictement positive sur I. Donner la dérivée sur I de la fonction $x \mapsto \sqrt{u(x)}$.

30. Soit I un intervalle, $n \in \mathbb{Z}$ et u une fonction dérivable sur I.
Donner toutes les primitives sur I de la fonction $x \mapsto u'(x)u(x)^n$.

31. L'intégrale vérifie les trois propriétés suivantes : *linéarité, positivité, relation de Chasles.*
Que signifient-elles ?

32. Soit $z \in \mathbb{C}$. Donner une formule pour $\mathbf{z}\,\overline{\mathbf{z}}$.

Un calcul

33. Donner la *forme canonique* du polynôme $X^2 + X + 1$.

Une démonstration

34. Soit ABC un triangle équilatéral de côté 1. Donner avec démonstration la longueur de la hauteur issue de A.