Exercices choisis CCP

Ci-dessous la liste d'exercices CCP débloqués cette année, mise à jour du 06/11.

À noter : certains exercices ont dû être légèrement modifiés ou tronqués en fonction de l'avancement du cours *mais je me suis efforcé de faire des modifications ou amputations minimes ne trahissant pas l'esprit de l'exercice*, sinon l'exercice a été écarté.

Liste officielle de 2018 avec les corrigés : http://ccp.scei-concours.fr/cpge/oral/banque_finale_18_avec_corr.pdf.

Historique des ajouts :

- **Identités remarquables** : 3
- TACMAS *Développements limités* : 2
- **Exponentielle imaginaire** : 31-1, 84, 89

Exercice 2 (modifié)

On pose $f(x) = \dfrac{3x+7}{(x+1)^2}$.

1. Décomposer $f(x)$ en éléments simples.
3. Déterminer le développement limité de f à l'ordre n au voisinage de 0.

Exercice 3

1. On pose $g(x) = \mathrm{e}^{2x}$ et $h(x) = \dfrac{1}{1+x}$. Calculer, pour tout entier naturel k, la dérivée d'ordre k des fonctions g et h sur leurs ensembles de définitions respectifs.
2. On pose $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{2x}}{1+x}$. En utilisant la formule de Leibniz, concernant la dérivée $n^{\text{ième}}$ d'un produit de fonctions, déterminer, pour tout entier naturel n et pour $x \in \mathbb{R}\setminus\{-1\}$, la valeur de $f^{(n)}(x)$.
3. Démontrer, dans le cas général, la formule de Leibniz, utilisée dans la question précédente.

Exercice 31-1

1. Déterminer une primitive de $x \longmapsto \cos^4 x$.

Exercice 84

1. Donner la définition d'un argument d'un nombre complexe non nul (on ne demande ni l'interprétation géométrique, ni la démonstration de l'existence d'un tel nombre).
2. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Donner, en justifiant, les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $z^n = 1$ et préciser leur nombre.
3. En déduire, pour $n \in \mathbb{N}^*$, les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $(z+i)^n = (z-i)^n$ et démontrer que ce sont des nombres réels.

Exercice 89

Soit $n \in \mathbb{N}$ tel que $n \geqslant 2$. On pose $z = e^{i\,\frac{2\pi}{n}}$.

1. On suppose $k \in [\![1, n-1]\!]$.
   Déterminer le module et un argument du complexe $z^k - 1$.
2. On pose $S = \displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} \left|z^k - 1\right|$. Montrer que $S = \dfrac{2}{\tan \frac{\pi}{2n}}$.

Prévision des futurs ajouts :

- TACMAS *Intégration* : 56

- **Structures** : 66
- **Relations de comparaisons** : 1
- TACMAS *Déterminants* : 63 (sauf 3.)
- **Continuité** : 35
- **Dérivabilité** : 4
- **Arithmétique** : 86, 94
- **Suites récurrentes autonomes simples** : 43
- **Suites récurrentes linéaires doubles** : 55
- **Dénombrements** : 112
- **Probabilités** : 101, 105, 107
- **Applications linéaires** : 62 (sauf 2.(a)), 90
- **Endomorphismes** : 71 (sauf 3.), 88 (sauf 2.(b)), pas 83
- **AL en dimension finie** : 60, 64, pas 73
- **Sous-espaces affines** : 87
- **Polynômes** : 85
- **Équations différentielles** : 31-2 (modifié), 42
- **Séries** : 39 (sauf 2.), 5, 6, 7, 8 (sauf 2.(b)), 46
- **Changements de base, équivalence et similitude** : 72 (reformulé)
- **Espaces préhilbertiens** : 39, 76, 77, 79, 80, 81, 82, 92
- **Variables aléatoires** : 95, 98, 99, 104, 109
- **Automorphismes orthogonaux** : 78